



COLLÈGE  
DE FRANCE  
—1530—

# Logiques de programmes: quand la machine raisonne sur ses logiciels

Introduction

---

Xavier Leroy

2021-03-04

Collège de France, chaire de sciences du logiciel

`xavier.leroy@college-de-france.fr`

**Comment s'assurer qu'un logiciel  
fait ce qu'il est censé faire ?**

---

## Test

- Exécuter le programme sur des entrées bien choisies.
- Comparer les comportements observés aux comportements attendus.

## Revue

- Relire attentivement le code, les tests, les documents de conception, ...

## Analyses

- Étudier mathématiquement certains aspects du programme : précision numérique, complexité en temps ou en espace, etc.
- Sur le papier ou assisté par des outils d'analyse statique.

*Testing shows the presence, not the absence of bugs.*

(E. W. Dijkstra, 1969)

One ne teste qu'un petit nombre des comportements possibles du programme. Certains bugs se déclenchent très rarement!

## Exemple (propagation de retenue dans les codes crypto)

Ajoute  $2 * ta * tb$  à  $c2:c1:c0$  en «optimisant» les retenues.

```
BN_UMULT_LOHI(t0,t1,ta,tb);  
t2 = t1+t1; c2 += (t2<t1)?1:0;  
t1 = t0+t0; t2 += (t1<t0)?1:0;  
c0 += t1; t2 += (c0<t1)?1:0;  
c1 += t2; c2 += (c1<t2)?1:0;
```

# Les limites des revues de code

*Given enough eyeballs, all bugs are shallow.*

(Eric Raymond, 1999)

Fatigue, étourderie, distraction des relecteurs.

Certains codes sont moins relus que d'autres (p.ex. les *hot fixes*).

## Exemple (le bug `goto fail`)

```
if ((err=SSLHashSHA1.update(&hashCtx,&signedParams)) != 0)
    goto fail;
    goto fail;
if ...
...
fail: return err;
```

*Beware of bugs in the above code;  
I have only proved it correct, not tried it.*  
(Donald E. Knuth, 1977)

Risques d'erreurs dans l'analyse faite à la main et d'*unsoundness* dans les analyseurs statiques.

Décalage possible entre l'analyse et le «vrai» programme ou ses conditions d'exécution.

### Exemple (Ariane 501)

Débordement dans conversion flottant 64 bits → entier 16 bits.

Une analyse menée dans le contexte d'Ariane 4 avait montré que cette quantité BH «tenait» dans 16 bits. Analyse invalide dans le contexte d'Ariane 5.

## La vérification déductive (aussi appelée *program proof*)

Établir, par le raisonnement logique, des propriétés vraies de *toutes* les exécutions possibles du programme.

Au contraire d'autres «méthodes formelles», les propriétés établies vont jusqu'à la correction complète vis-à-vis de la spécification.

Intérêts pratiques :

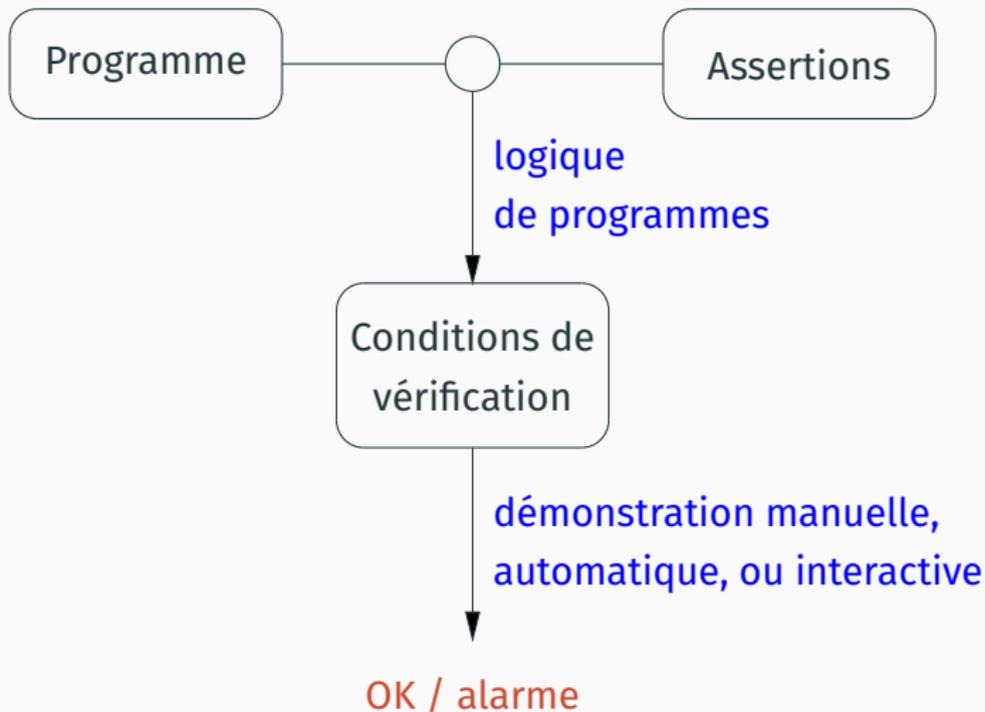
- Obtenir des garanties plus fortes que celles atteignables par test et revues.
- Trouver des bugs introuvables autrement.

Une logique de programmes fournit un **langage de spécification** et des **principes de raisonnement** sur les comportements du programme.

Les spécifications se présentent généralement comme des **assertions logiques** portant sur le programme :

- **préconditions** : hypothèses sur les entrées  
(paramètres de fonction ; valeurs initiales des variables)
- **postconditions** : garanties sur les sorties  
(résultats de fonction ; valeurs finales des variables)
- **invariants** : garanties sur l'état en un point du code  
(invariants de boucles, de structures de données, ...)

# Logiques de programmes et vérification déductive

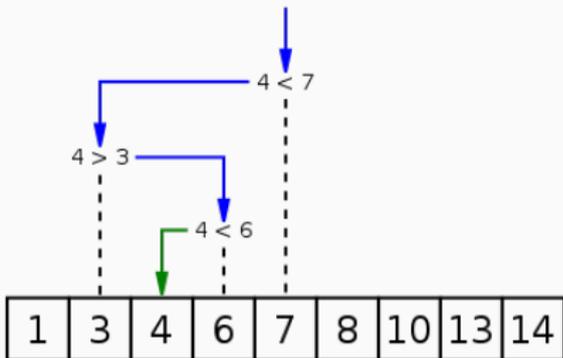


# **À la chasse au bug :**

## **La recherche dichotomique**

---

# La recherche dichotomique



```
l = 0; h = a.length - 1;
while (l <= h) {
    m = (l + h) / 2;
    if (a[m] == v) return m;
    if (a[m] < v) h = m - 1; else l = m + 1;
}
return -1;
```

## Une longue histoire

```
l = 0; h = a.length - 1;
while (l <= h) {
    m = (l + h) / 2;
    if (a[m] == v) return m;
    if (a[m] < v) h = m - 1; else l = m + 1;
}
return -1;
```

1946 John Mauchly, *Moore School Lectures*

1960 Derrick H. Lehmer publie l'algorithme moderne

1986 Jon Bentley, *Programming pearls*, chapitre 4

2004 Rapport de bug: `java.util.Arrays.binarySearch()` *will throw an `ArrayIndexOutOfBoundsException` if the array is large.*

2006 Joshua Bloch, *Nearly All Binary Searches and Mergesorts are Broken.*

## La source du bug : un débordement arithmétique

$$m = (l + h) / 2;$$

On a  $0 \leq l \leq h < a.length$ .

$l + h$  peut déborder si  $a.length$  est suffisamment grand.

En Java,  $l + h$  est alors négatif, donc  $m$  aussi, et  $a[m]$  lève une exception «accès hors bornes».

En C, on a un «comportement indéfini» ou on continue avec  $m$  incorrect.

Un correctif simple :  $m = l + (h - l) / 2;$

# Pourquoi ce bug est difficile à trouver ?

## Test :

- On teste rarement sur de très grosses données.
- Il faut une machine 64 bits et plusieurs Go de RAM pour faire apparaître ce bug.

## Revue :

- La formule  $(l + h)/2$  est familière.
- Risque d'«optimiser»  $l + (h - l)/2$  en  $(l + h)/2$ .

## Analyses :

- Une analyse d'intervalles de variation peut signaler l'erreur.

Vérification déductive de la recherche dichotomique  
avec l'outil Frama-C.

# **Le cours et le séminaire**

---

Comprendre les principes des logiques de programmes et les développements récents dans ce domaine.

*Leitmotiv* : quelles logiques pour quels traits des langages de programmation ?

(variables, pointeurs, parallélisme, ordre supérieur, etc)

Illustrer l'utilisation de logiques de programmes dans des outils de vérification de qualité industrielle.

Montrer de nouveaux problèmes de vérification et de nouvelles idées pour les aborder.

- 04/03 La naissance des logiques de programmes
- 11/03 Variables et boucles : la logique de Hoare
- 18/03 Pointeurs et structures de données : la logique de séparation
- 25/03 Parallélisme à mémoire partagée : la logique de séparation concurrente
- 01/04 Extensions de la logique de séparation : permissions fractionnaires, état fantôme, algèbres de ressources, ...
- 08/04 Logiques pour la mémoire partagée faiblement cohérente
- 15/04 Logiques pour les langages fonctionnels et l'ordre supérieur

11/03 Loïc Correnson (CEA).

Les logiques de programmes à l'épreuve du réel : tours et détours avec Frama-C/WP.

18/03 Yannick Moy (Adacore).

Preuve auto-active de programmes en SPARK

25/03 Bart Jacobs (K. U. Leuven).

*VeriFast : Semi-automated modular verification of concurrent C and Java programs using separation logic*

01/04 François Pottier (Inria).

Raisonner à propos du temps en logique de séparation

08/04 Jacques-Henri Jourdan (CNRS).

Protocoles personnalisés en logique de séparation : ressources fantômes et invariants dans la logique Iris

15/04 Philippa Gardner (Imperial College London).

*Gillian : Compositional Symbolic Testing and Verification*